M. ABIDI Farid **** Bac 2020	Section : SCIENCES EXPÉRIMENTALES	
Révision : **MATHÉMATIQUES**	Durée : 3 heures	Coefficient : 3

Exercice 1 :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le point $E(-2,0,1)$ la droite (D) passant par $F(-2,-2,1)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$

1. a) Calculer le produit vectoriel $\vec{u}\wedge\vec{EF}$. En déduire que la droite (D) ne passe pas par E.
   b) Montrer que le plan (P) dont une équation cartésienne est x – z + 3 = 0 passe par E et contient la droite (D).

2. On considère dans le plan (P) le cercle (**C**) de centre I(-3, -1, 0) et de rayon $\sqrt{3}$.

   a) Calculer la distance du point I à la droite (D). En déduire que (D) est tangente au cercle (C) au point F.

   b) Vérifier que E appartient à (**C**) et déterminer les coordonnées du point G de (D) tel que (GE) soit tangente à (**C**).

   c) En déduire que I, E, F et G sont situés sur un même (**C'**) du plan (P) dont on précisera les coordonnées de son centre J.

3. On note $N(t-3,-1,-t)$, où t est un réel non nul, et on considère (S_t) l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2(t-3)x+2y+2tz=6t-7$.

   a) Vérifier que E est un point de (S_t).

   b) Montrer que (S_t) est une sphère de centre N et rayon $\sqrt{2t^2+3}$.

   c) Montrer que I est le projeté orthogonal de N sur le plan (P).

   d) Déterminer les coordonnées des points N tel que le volume du tétraèdre FINE soit égal à 2.

Exercice 2 :

Un botaniste possède deux serres S_1 et S_2 contenant des pots récemment plantés par des graines de fleurs de différentes couleurs.

Dans la serre S_1 se trouve 8 pots de fleurs, dont quatre jaunes, trois roses et un pot de graines de fleurs blanches.

Dans la serre S_2 se trouve 8 pots de fleurs, quatre jaunes, deux roses et deux pots de graines de fleurs blanches.

Chaque matin, pour contrôler la maturité de ses plantes, ce botaniste choisit l'une des deux serres, puis en tire au hasard et simultanément trois pots.

On suppose que la probabilité qu'il choisit la serre S_2 est le double de celle qu'il choisit la serre S_1.

On considère les événements suivants :

S_1 : «La serre choisie est S_1 ».

A : « Les trois pots choisis contiennent des fleurs de même couleur ».

B : « Parmi les trois pots choisis, aucun ne contient des fleurs roses »

1) a) Calculer la probabilité de choisir trois pots contenant des fleurs de même couleur, sachant que la serre choisie est S_1.

   b) Montrer alors que $p(S_1 \cap A) = \frac{5}{168}$.

   c) En déduire p(A).

2) a) Vérifier que $p(B) = \frac{25}{84}$.

   b) Sachant qu'aucun des pots tirés ne contient de fleurs roses, calculer la probabilité que les pots proviennent de la serre S_2.

3) Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de pots de fleurs blanches tirées.

   a) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique E(X)

   b) Chaque matin, et durant 160 jours, pour contrôler la maturité des plantes, le botaniste fait ce même tirage en remettant les trois pots tirés dans la serre choisie.

   Estimer le nombre moyen de contrôles effectués sur les pots de fleurs blanches durant cette période.

Exercice 3 :

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x.e^{2x-1}$.

   $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

   a) Préciser l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' - 2y = 0$.

   b) Soit (E) l'équation : $y' - 2y = e^{2x-1}$, vérifier que f est une solution de (E).

   c) En déduire la fonction g solution de (E) et vérifiant $g(0) = \frac{1}{2e}$.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.

3. On pose pour tout entier naturel n, $I_n = \int_0^2 x^n e^{2x-1} dx$.

   a) Calculer $I_0 = \int_0^2 e^{2x-1} dx$.

   b) Vérifier que $\int_0^2 f'(x) dx = I_0 + 2I_1$.

   c) En déduire que $I_1 = \dfrac{3e^4+1}{4e}$

   d) Donner une interprétation graphique de I_1 .

4. Soit n un entier naturel.

   a) Montrer que pour tout x de l'intervalle [0, 2], on a : $\dfrac{1}{e} x^n \leq x^n e^{2x-1} \leq e^3 x^n$.

   b) En déduire que $I_n \geq \dfrac{2^{n+1}}{e(n+1)}$.

5. On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \ln\left(\dfrac{2^{n+1}}{n+1}\right)$.

   a) Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = (n+1)\left[\ln 2 - \dfrac{\ln(n+1)}{n+1}\right]$.

   b) Calculer alors la limite de la suite (u_n).

   c) En déduire la limite de la suite (I_n)

<u>Exercice 4:</u>

Soit θ un réel de l'intervalle de $\left[-\dfrac{\pi}{2}, 0\right[$.

1. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation (E_θ) :

   $iz^2 + (2-i)e^{i\theta} z - (1+i)e^{2i\theta} = 0$.

   a) Vérifier que $ie^{i\theta}$.

   b) En déduire l'autre solution de (E_θ).

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$. Soient les points A, B , M , M_1 et M_2 d'affixes respectives

$z_A = 1$, $z_B = i$, $z = e^{i\theta}$, $z_1 = ie^{i\theta}$ et $z_2 = (1+i)e^{i\theta}$ où $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right[$.

2. a) Montrer que OMM_1 est un triangle isocèle et rectangle en O.
   b) Montrer que OMM_2M_1 est un carré.
   c) On note I le centre du carré OMM_2M_1 et J le symétrique de A par rapport I.
   Déterminer les affixes z_I et z_J respectives de I et J.

3. a) Montrer que $\frac{-ie^{i\theta}+1}{e^{i\theta}-i} = \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$.

   b) En déduire que les points B, J et M sont alignés.

4. On pose $z = e^{i\theta} = a + ib$, où a et b sont réels.

   a) Vérifier que $\vec{JB} \perp \vec{JA} = 2\left(a^2 + b^2\right) - 4a + 2b + 2$.

   b) Montrer que si les droites (AJ) et (BJ) sont perpendiculaires alors M(a, b) appartient à la droite Δ d'équation y = 2x – 2.

   c) En déduire une construction de M puis déterminer l'affixe de M.

   En déduire l'aire du triangle ABM.

Annexe à rendre avec la copie (2 pages)

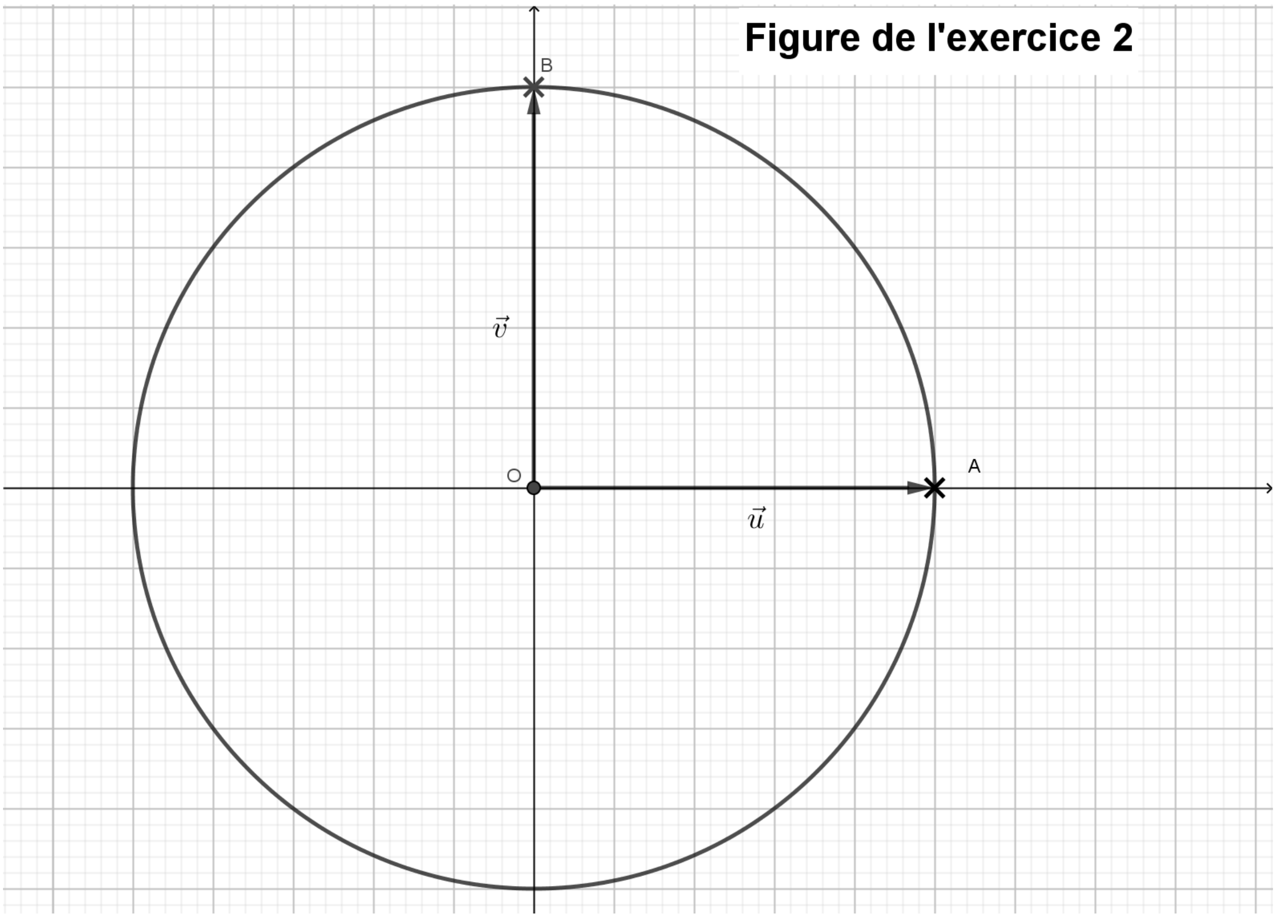
Figure de l'exercice 2
B
O
A
$\vec{v}$
$\vec{u}$

Annexe de l'exercice 4