

### Exercice 1

Répondre par vrai ou faux ( aucune justification n'est demandée)

- 1) L'ensemble des points  $M(x, y)$  d'équation :  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 6 = 0$  est un cercle de centre  $I(1, -1)$  et de rayon 2.
- 2) La droite d'équation  $x + y - 2 = 0$  est tangente au cercle  $C$  de centre  $I(0, 6)$  et de rayon  $2\sqrt{2}$
- 3) 0 est une racine du polynôme  $P : x \mapsto 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 + x - 1$
- 4) La somme des âges de deux amis est 63 ans, le produit de leurs âges sera 990. Les solutions de ce problème sont les solutions de l'équation  $x^2 - 63x + 990 = 0$
- 5) Si  $a$  est un diviseur de 3 et  $a$  est un diviseur de 5 alors  $a$  est diviseur de 8.

### Exercice 2

Soit  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 3$ .

- 1) a) Vérifier que  $(-1)$  est une racine de  $P$ .

b) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tel que :  $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$

- 2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $P(x) < 0$

3) On donne  $f(x) = \frac{\sqrt{P(x)}}{\sqrt{3}(x - 1)}$

a) Déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f(x)$  existe.

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = 1$

### Exercice 3

Un texte de devoir est mal écrit, et les coefficients en  $x^3$  et en  $x$  d'une fonction polynôme ont été effacés. On ne voit que  $P(x) = x^4 + \dots x^3 - 2x^2 + \dots x - 3$

La première question du problème est : vérifier que  $-1$  et  $3$  sont racines de la fonction polynôme  $P$ .

Retrouver les coefficients effacés ?

### Exercice 4

Le plan  $P$  est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Soit  $C$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tel que  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 12 = 0$

Montrer que  $(C)$  est un cercle de centre  $I(4, 2)$  et le rayon  $r = 2\sqrt{2}$ .

- 2) On donne les droites  $D_1 : y = x + 1$  et  $D_2 : y = -x + 2$

a) Vérifier que  $D_1$  et  $D_2$  sont perpendiculaires

b) Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de  $C$  et  $D_1$  puis de  $C$  et  $D_2$

- 3) On donne le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ a \end{pmatrix}$  où  $a$  est un réel donné.

Soit  $C'$  le cercle isométrique à  $C$  et de centre le point  $I'$  vérifiant  $\overrightarrow{II'} = \vec{u}$

- a) Montrer que les coordonnées de  $I'$  sont  $I'(0, a+2)$
- b) Déterminer les valeurs de  $a$  pour lesquelles  $C$  et  $C'$  sont tangents extérieurement.
- c) Déterminer les valeurs de  $a$  pour lesquelles le cercle  $C'$  est tangent à la droite  $D_1$
- 4) Pour  $a = 4$  construire dans le repère ci-dessous le cercle  $C'$  et étudier sa position par rapport à la droite  $D_2$

