|  |  |
| --- | --- |
| Site web : <http://www.matheleve.net/>Email1 :contact@matheleve.netEmail2 :matheleve@gmail.com | **Devoir de contrôle n°01** |
| Lycée Ali Bourguiba Bembla  |  4 ème  Inf 2 | Dimanche 27-11-2011 |  **Chortani Atef** |

**Exercice 1(3 points)**

Dans chacun des cas suivants déterminer le domaine de dérivabilité de $f$et sa fonction dérivée$ f'$

$$1)f\left(x\right)=\sqrt{x^{4}+5x^{2}+1}-x$$

$$2)f\left(x\right)=\frac{2x+1}{x^{2}+x+2}$$

$$3) f\left(x\right)=\left(x^{2}+x+2\right)\sqrt{x^{2}+1}$$

**Exercice 2(7 points)**

Soit $g$ la fonction définie sur $\left[1;+\infty \right[$ par : $g\left(x\right)=4x^{3}-3x-8$

$$1)a)Calculer \lim\_{x\to +\infty }g(x)$$

b) Dresser le tableau de variation de $g$ sur $\left[1;+\infty \right[$

c)Montrer que l’équation $g\left(x\right)=0$ admet sur $\left[1;+\infty \right[$ une unique solution α et que α∈$\left[1,4 ;1,5\right]$

d) Déterminer le signe de $g$sur $\left[1;+\infty \right[$

$$2)Soit f la fonction définie sur \left[1;+\infty \right[ par f\left(x\right)=\frac{x^{3}+1}{4x^{2}-1}$$

$$a)Calculer \lim\_{x\to +\infty }f(x)$$

$$b)Montrer que f\left(α\right)=\frac{3}{8}α$$

$$c)Montrer que pour tout x\in \left[1;+\infty \right[ f^{'}\left(x\right)=\frac{xg(x)}{\left(4x^{2}-1\right)^{2}}$$

d) Etudier les variations de la fonction$ fsur \left[1;+\infty \right[$.

e) Montrer que $f$ réalise une bijection de $\left[α;+\infty \right[$ sur un intervalle I que l’on précisera.

**Exercice 3(4 points)**

On considère la matrice 

1) Calculer le déterminant de la matrice A , en déduire que A est inversible

2) Calculer.

3) Calculer  ; en déduire l’expression de la matrice inverse de A.

4) Résoudre dans ℝ3 le système suivant.

$$\left(S\right):\left\{\begin{array}{c}x-3y+6z=5 \\6x-8y+12z=-16\\3x-3y+4z=3 \end{array}\right.$$

**Exercice 4(6 points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O , \vec{u} ,\vec{v}\right)$

1) Calculer $\left(1+3i\right)^{2}$

2) Résoudre dans l’ensemble ℂ des nombre complexes l’équation (E) :$z^{2}-\left(1-i\right)z-2i+2=0$

3) Soit$ P\left(z\right)= z^{3}+\left(-5+i\right)z^{2}+\left(6-6i\right)z+8i-8$

a)Vérifier que 4 est une solution de P

b) Vérifier que $P\left(z\right)=(z-4)(z^{2}-\left(1-i\right)z-2i+2)$

c)Résoudre dans ℂ l’équation$P\left(z\right)=0$

4) Dans Le plan complexe muni d’un repère orthonormé $\left(O , \vec{u} ,\vec{v}\right)$ on considère les points A, B et C d’affixes respectives $z\_{A}=4 et z\_{B}=1+i et z\_{C}=-2i$

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

b) Déterminer l’affixe du point D tel que ABDC est un carré.